



Une voiture passe de 0 à 50 km/h.

On souhaite connaître l'évolution au cours du temps de :

- sa position, $z(t)$
- sa vitesse, $v(t)$
- son accélération, $a(t)$

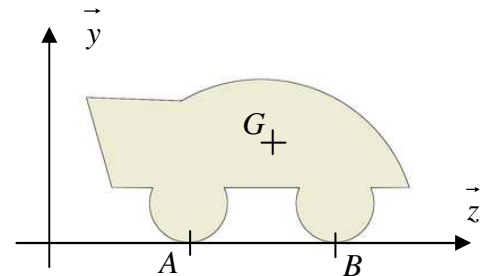


Figure 1 : modèle

Données et hypothèses pour l'étude à mener

- La route est considérée en ligne droite, horizontale selon l'axe \vec{z} .
- La résistance de l'air sera considérée.
- L'écoulement de l'air sur la voiture est en régime turbulent.
- Le problème est plan.
- Les liaisons « roue/sol » en A et B sont assimilées à des ponctuelles.
- Masse volumique de l'air : $\rho_{air} = 1,2 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$

Caractéristiques de la voiture :

- Surface maître-couple : $S = 2,2 \text{ m}^2$
- Coefficient de pénétration dans l'air : $C_x = 0,35$

PARTIE A

Appropriation du modèle

Q1 – D'après les hypothèses, le problème est plan. Selon la figure 2, le plan de l'étude est :

☐ (\vec{x}, \vec{y})

☐ (\vec{y}, \vec{z})

☐ (\vec{x}, \vec{z})

Q2 – Placer en rouge sur la figure 1 :

- Le vecteur-force \vec{P} correspondant au poids propre de la voiture,
- Les actions du sol sur la voiture en A et B : \vec{A} et \vec{B} ,
- La force motrice \vec{F} ,
- La résistance de l'air \vec{R} ,

Q3 – Établir en unités SI la relation donnant la résistance de l'air en fonction de la vitesse v : $R = R(v)$

Q4 – Calculer en N l'intensité de la résistance de l'air R pour les vitesses demandées.

→ $v = 0 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$: _____

→ $v = 10 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$: _____

→ $v = 20 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$: _____

→ $v = 50 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$: _____

Q5 – Compléter la phrase.

« Dans les résultats précédents, on remarque que la vitesse est multipliée par ____ quand elle passe de 10 km/h à 20 km/h mais que la résistance de l'air quant à elle est multipliée par _____. »

PARTIE B

Recherche de l'ED par application du PFD

Dans cette partie, on cherche à établir l'équation différentielle (ED) qui régit la dynamique de sa voiture. Pour trouver cette équation, il suffit de poser le PFD

Q6 – Appliquer le PFD sur l'axe \vec{z} uniquement et aboutir à l'équation différentielle reliant \dot{z} et \ddot{z} .

☞ A faire avec le professeur si besoin...

Commentaire du professeur sur l'ED : c'est une ED du second ordre, non linéaire, à coefficients constants, non homogène. Résoudre cette équation revient à chercher la fonction $z(t)$ dont les dérivées première et seconde

$$\dot{z} = \frac{d z(t)}{dt} \quad \text{et} \quad \ddot{z} = \frac{d^2 z(t)}{dt^2} \quad \text{vérifient l'ED ci-dessus.}$$

Mais (malheureusement) elle n'a pas de solution explicite et c'est pourquoi on doit recourir à la simulation informatique pour avancer dans la problématique. Des outils comme par exemple Matlab ou Inventor s'y prêtent bien. Dans la suite, nous utiliserons Inventor.

PARTIE C

Simulation dynamique sous Inventor pour trouver l'évolution de $a(t)$, $v(t)$ et $z(t)$

Sur PC, sous Inventor...

👉 Ouvrir l'assemblage « Situation de base.iam ».

👉 Suivre le menu « Afficher >> Style visuel >> Ombré avec arêtes ».

👉 Passer en simulation dynamique.

👉 Dans le lecteur de simulation (figure 3), régler la durée à 1000 s (~ 17min) et le nombre de calculs à 500.

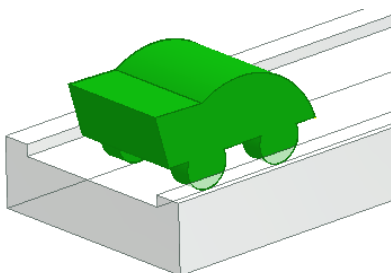


Figure 2 : situation de base

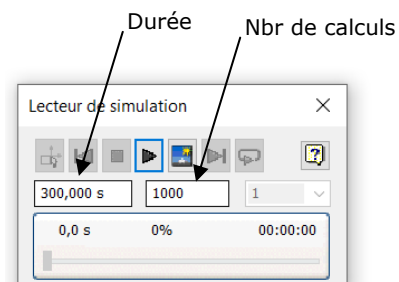


Figure 3 : lecteur de simulation

➤ Placer comme sur la figure 4 la force d'intensité $R = R(v)$, sur le milieu de l'arête avant de la voiture, dans la direction du déplacement et de sens opposé.

Attention : l'intensité dépend de v et non de t ; il faudra faire un « changement de référence ».

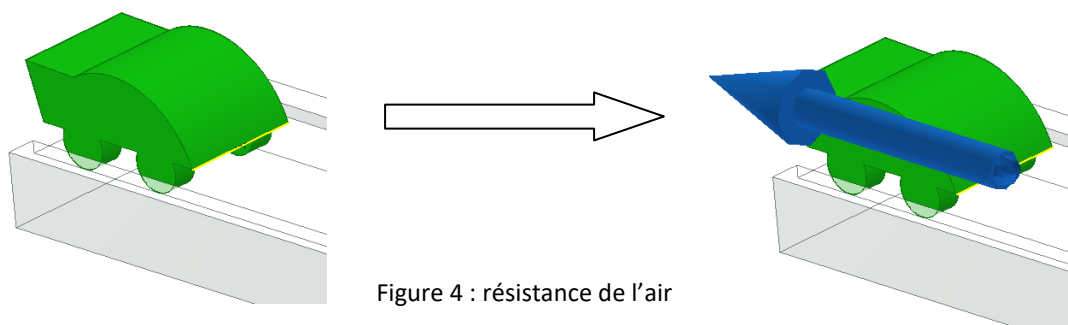


Figure 4 : résistance de l'air

➤ Placer comme sur la figure 5 une force motrice dont l'intensité est égale à la résistance de l'aire calculée précédemment pour $v = 50 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ (vous avez du trouver 89,12 N normalement).

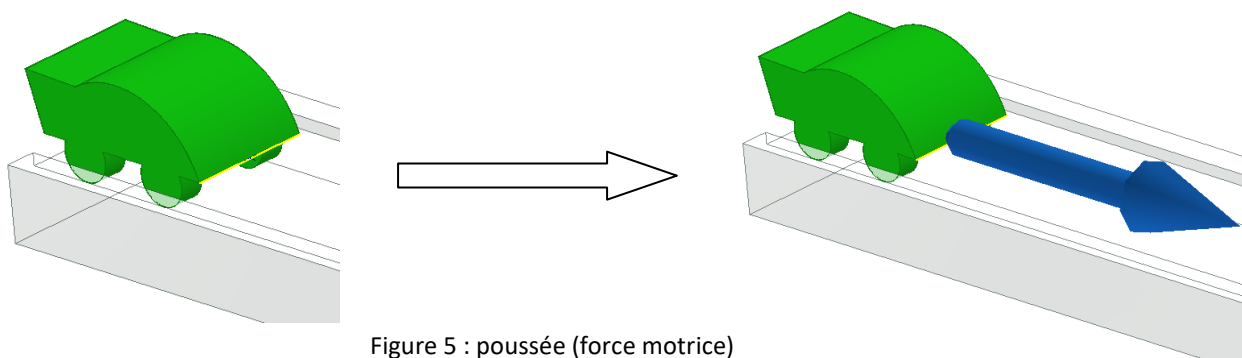


Figure 5 : poussée (force motrice)

➤ Prendre le menu « Graphique de sortie (figure 6).



Figure 6 : Graphe de sortie

Q7 – Donner les valeurs suivantes :

En N : $\lim_{t \rightarrow \infty} R(t) =$ _____

En $mm/s, m/s, km/h$: $\lim_{t \rightarrow \infty} v(t) =$ _____

En s, min : $t_{v=50 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}} = t_{50} =$ _____

En mm, m, km : $x(t_{50}) =$ _____

En $mm/s^2, m/s^2$: $a_{max} =$ _____

Q8 – Reprendre sur le DR les courbes de $z(t)$, $v(t)$, $a(t)$, $R(t)$ et $F(t)$ en respectant les valeurs de la Q7.

Q9 – Appliquer le PFD en projection sur \vec{z} à $t = 200 \text{ s}$. Trouver la valeur de l'accélération $a(200)$ et vérifier la cohérence avec la valeur lue sur le graphique $a(t)$.

☞ La masse de la voiture est à prendre dans Inventor (Ipropriété >> Physique >> ...)

Q10 – Appliquer le PFD en projection sur \vec{z} à $t = 1000 \text{ s}$. Trouver la valeur de l'accélération $a(10^3)$ et vérifier la cohérence avec la valeur lue sur le graphique $a(t)$.

🔧 Modifier la valeur de la force motrice (figure 5) avec l'intensité de la résistance de l'aire calculée précédemment pour $v = 20 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ (vous avez du trouver $14,26 \text{ N}$ normalement).

🔧 Dans le lecteur de simulation (figure 3), régler la durée à 2000 s ($\sim 33 \text{ min}$) et le nombre de calculs à 500 .

Q11 – Donner les valeurs suivantes :

En N : $\lim_{t \rightarrow \infty} R(t) =$ _____

En $\text{mm/s}, \text{m/s}, \text{km/h}$: $\lim_{t \rightarrow \infty} v(t) =$ _____

En s, min : $t_{v=20 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}} = t_{20} =$ _____

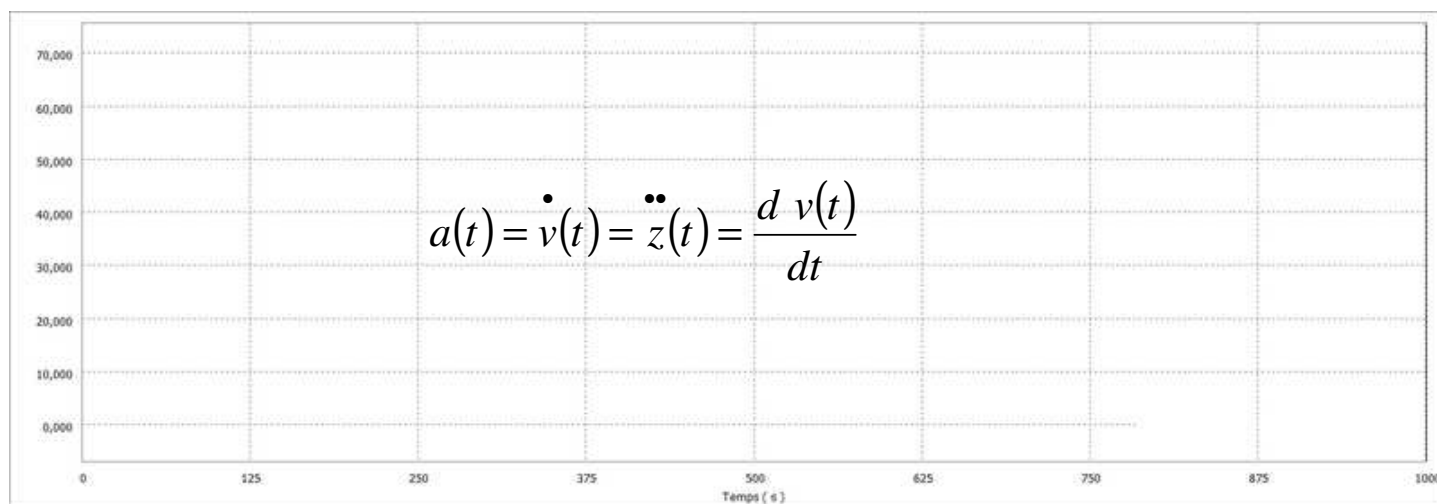
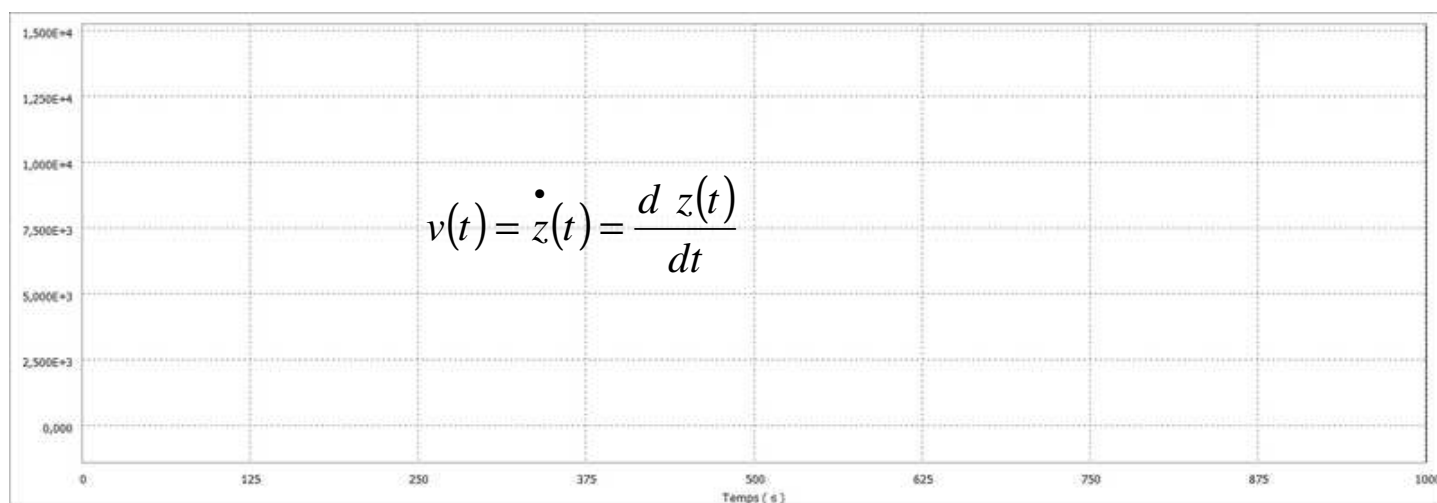
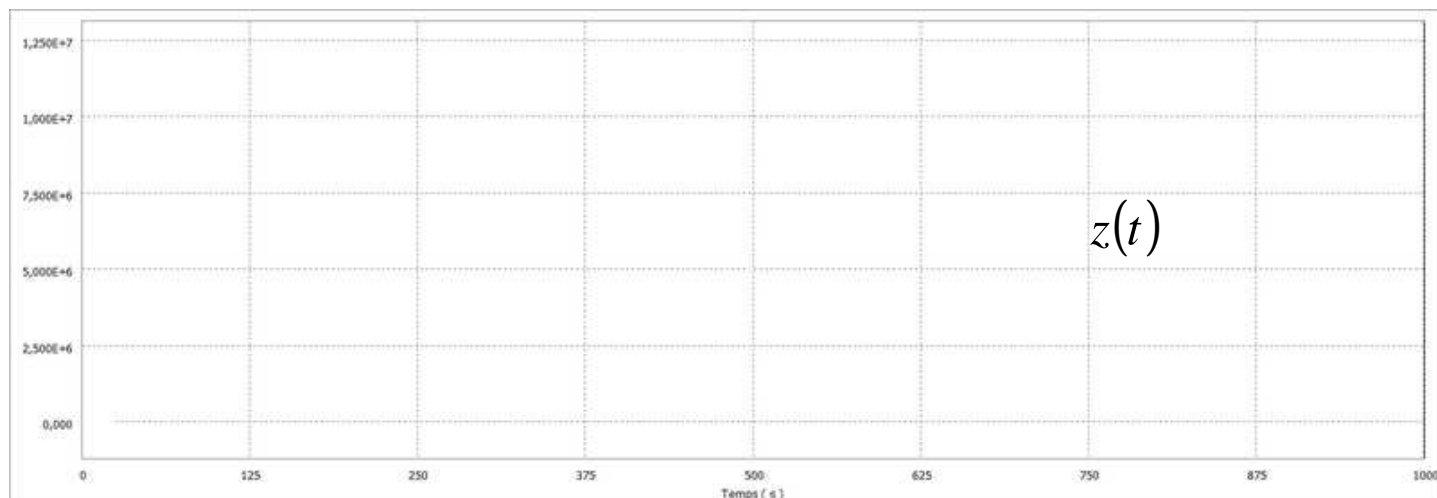
En $\text{mm}, \text{m}, \text{km}$: $x(t_{20}) =$ _____

En $\text{mm/s}^2, \text{m/s}^2$: $a_{\max} =$ _____

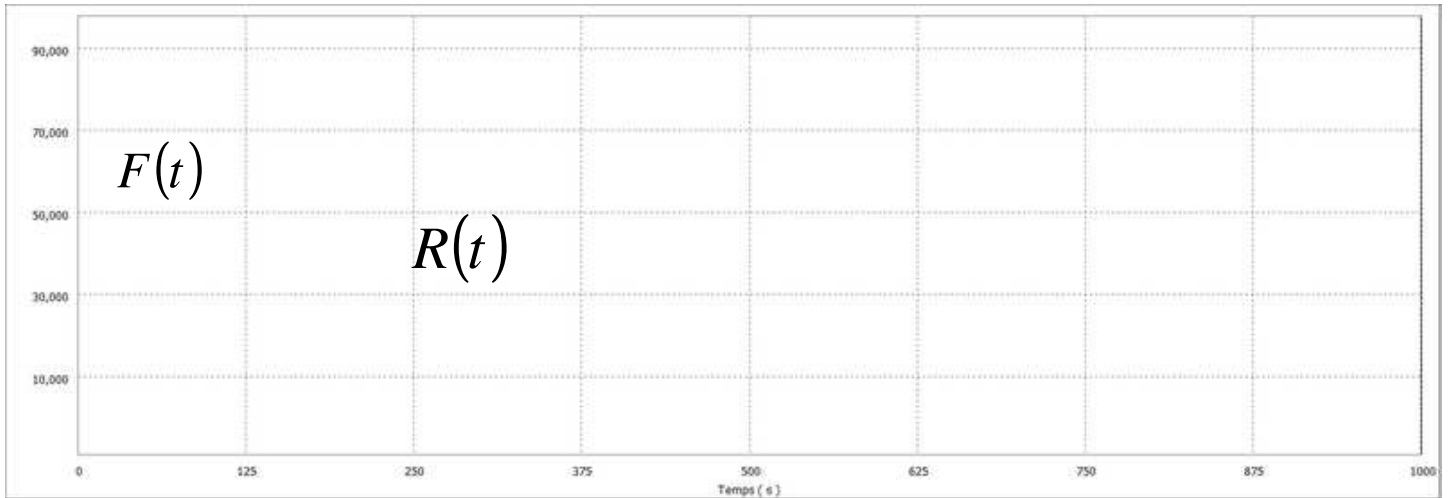
Q12 – Reprendre sur le DR les courbes de $R(t)$ et $F(t)$ en respectant les valeurs de la Q11.

Q13 – Reprendre sur le DR les courbes de $R(t)$ et $F(t)$ pour $v = 10 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$.

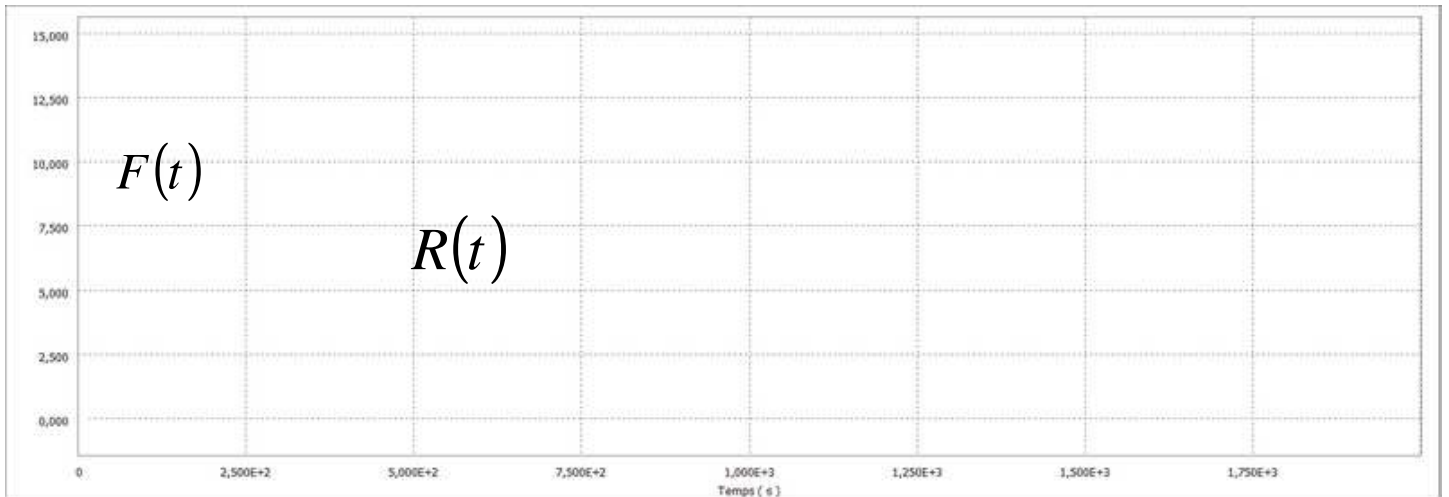
DOCUMENT REPONSE



$$\lim_{t \rightarrow \infty} v(t) = 50 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$$



$$\lim_{t \rightarrow \infty} v(t) = 20 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$$



$$\lim_{t \rightarrow \infty} v(t) = 10 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$$

